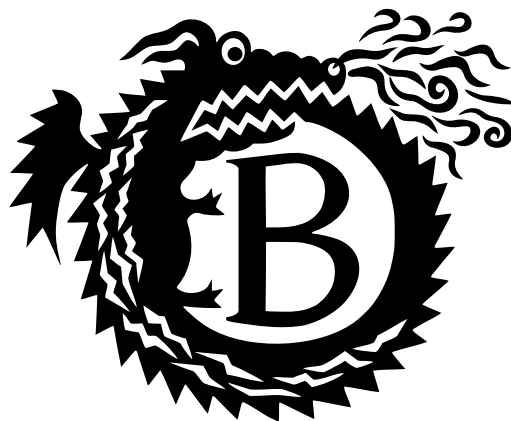


BETHLEN GÁBOR

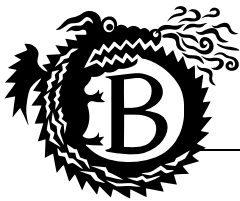
ÁLTALÁNOS ISKOLA ÉS GIMNÁZIUM



HELYI TANTERV

MATEMATIKA – 2020

BUDAPEST, 2020. SZEPTEMBER 1.



TARTALOM

Általános iskola.....	3
5–6. évfolyam	3
5. évfolyam.....	4
6. évfolyam.....	22
Gimnázium	42
7-12. évfolyam	42
7–8. évfolyam	43
7. évfolyam.....	44
8. évfolyam.....	56
9–10. évfolyam.....	69
9. évfolyam.....	70
10. évfolyam	83
11–12. évfolyam	93
11. évfolyam.....	94
12. évfolyam.....	102



ÁLTALÁNOS ISKOLA

5–6. ÉVFOLYAM

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok; Matematikai logika, kombinatorika; Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek; Alapműveletek természetes számokkal; Egész számok, alapműveletek egész számokkal; Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok; Alapműveletek közöséges törtekkel; Alapműveletek tizedes törtekkel; Arányosság, százalékszámítás; Egyszerű szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Sorozatok; Mérés és mértékegységek; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.* A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.



5. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	4
Matematikai logika, kombinatorika	4
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	7
Alapműveletek természetes számokkal	16
Egész számok; alapműveletek egész számokkal	14
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	14
Alapműveletek közönséges törtekkel	14
Alapműveletek tizedes törtekkel	14
Egyszerű szöveges feladatok	10
A függvény fogalmának előkészítése	4
Sorozatok	4
Mérés és mértékegységek	10
Síkbeli alakzatok	10
Transzformációk, szerkesztések	10
Térgeometria	12
Leíró statisztika	3
Valószínűség-számítás	4
Témazáró dolgozat és megbeszélése	8
Összes óraszám:	162

TÉMAKÖR:

Halmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.



A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

halmazokba rendezés egy-két szempont szerint

halmazábra készítése

számhalmazok szemléltetése számegyenesen

részhalmazok felismerése ábráról

halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével

FOGALMAK

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak

egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése

konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása; példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra

konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése
a halmazábrán

A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
játék logikai készlettel

TÉMAKÖR: **Matematikai logika, kombinatorika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

igaz és hamis állításokat fogalmaz meg

tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít

a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére

összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása



igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
a matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
az összes eset előállításánál során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

FOGALMAK

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
„Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazságtételére
„Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
„Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: TERMÉSZETES SZÁMOK HALMAZA, SZÁMELMÉLETI ISMERETEK

JAVASOLT ÓRASZÁM: **7 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

természetes számfogalom elmélyítése nagyobb számkörben, helyi érték, valódi érték, alaki érték kapcsolata, természetes számok helyi értékű írásmódja, kiolvasása, felbontása

ismeri az osztó, többszörös fogalmakat, megkeresi a számok osztóit, többszöröseit a tanult módszerrel

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

érti és alkalmazza a számok helyi értékű írásmódját, kiolvasását nagy számok esetén



ismeri a római számjelek közül az I, V, X, L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

ismeri és alkalmazza a 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal, 1000-rel való oszthatóság szabályait; a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül

számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében

római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

osztók, többszörösök meghatározása

2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal, 1000-rel való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása

a természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

FOGALMAK

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, többszörös

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről játék a „Tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?

páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

„Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

TÉMAKÖR: **Alapműveletek természetes számokkal**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **16 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

írásban összead, kivon, szoroz, maradékosan oszt;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;



a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt; a hányadost megbecsüli

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása

természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban

írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal

írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése

a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén

egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

zárójeleket tartalmazó művelet sorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében

kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

összeadandók, az összeg tagjai, kibővítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal

az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével

„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból

a műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása;



adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása;
adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

TÉMAKÖR: **Egész számok; alpműveletek egész számokkal**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban egész számkörben
a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti
a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
ismeri az egész számokat, a velük végezett műveletek különböző formáit, szabályait, jellemzőit

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkör bővítése során
Alpműveletek elvégzése az egész számok körében
az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban
egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcedulákkal
hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen



- számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- „Kukás játék”: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10)-tól (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- „Gazdálkodj okosan!” játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- a műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

TÉMAKÖR: Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a racionális számokat (tizedes törtek közül csak a véges tizedes tört alakkal rendelkezőket), azok különböző alakjait és azok előállítás módját, szemléltetésük módját

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját (véges tizedes törtek esetében)

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése



számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
számok ábrázolása számegyenesen

FOGALMAK

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése; törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel; adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)

törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezés;

a téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása;

egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival

a helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euro, eurocent)

törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

TÉMAKÖR: **Alapműveletek közönséges törtekkel**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

elvégi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban a racionális számok körében

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt vegyes szám alakba átírja

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

magabiztosan végez műveleteket, számítja ki műveleti sorok eredményét racionális számkörben az ismert számokkal

egyszerű szöveges feladatok megoldása törtekkel végzett műveletek segítségével

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján



alpműveletek elvégzése a közös törtek körében
az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
kapott eredmény ellenőrzése

FOGALMAK

közös nevező, bővítés, egyszerűsítés, műveleti tulajdonságok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

kör- és téglalapmodell, tényérmodell, színes rúd modell alkalmazása alpműveletek értelmezésére
a műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása;
adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

TÉMAKÖR: **Alpműveletek tizedes törtekkel**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

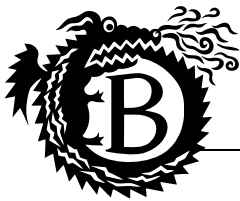
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

elvégzi az alpműveleteket a véges tizedes tört alakú racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
írásban összead, kivon, és egész számmal szoroz és oszt tizedes törteket
ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban számolás esetén is a tanult racionális számok körében;
a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

véges tizedes tört alakú tizedes törtekkel végzett műveleteket magabiztosan végez
gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsül



FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal
gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

kerekítés, műveleti tulajdonságok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „Tökéletes pénztárgép” működési elvével
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
a tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
a műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása;
adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása;
adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
„Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

TÉMAKÖR: Egyszerű szöveges feladatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

nyitott mondat felírása után visszafele következtetéssel vagy szakaszos esetleg más típusú ábrázolással megold;
különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel megold;
gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel megold;



gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

szöveges feladatok szövegéből a feladat szempontjából lényeges adatokat kigyűjti, rendszerezi, az összefüggéseket közöttük felírja, tervet, nyitott mondatot készít, a megoldás során alkalmazza a tanult módszereket, becslül, megoldását ellenőrzi

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
a megoldás ellenőrzése
gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

becslés, ellenőrzés, nyitott mondat, reláció

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal vagy más módon

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre, értelmez, szemléltet

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

társítást végez, értelmez, társítási szabályt ismer fel, szemléltet
tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

a matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
a matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
tájékozódás térképen, nézőtérben, sakktáblán és a koordináta-rendszerben



FOGALMAK

megfeleltetés, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

a tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése; páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal; a párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
mozi-jegy, színház-jegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
„Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk

TÉMAKÖR: **Sorozatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

sorozatot adott szabály alapján folytat;
néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
sorozatok adott szabály szerinti folytatása
adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

FOGALMAK

sorozat, számsorozat, szabály

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése
megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
a tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában; páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal; a párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

TÉMAKÖR: **Mérés és mértékegységek**



JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

értse a mennyiség, mérőszám, mértékegység kapcsolatát
ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom, szög szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén
meghatározza téglalap és négyzet (esetleg derékszögű háromszög) kerületét, területét
téglalest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, téglalest, kocka felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
hosszúság, kerület, terület, felszín, térfogat és űrtartalom mérése téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
egyek sokszögek területének meghatározása átdarabolással
téglalest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
téglalest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

FOGALMAK

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, tömeg, hosszúság, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

szívószál-moddellel	szögtartományok	kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata		
osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)		
„Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása		
kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján; iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült		



magassága, becsült térfogata...);
közele játszóter, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

TÉMAKÖR: **Síkbeli alakzatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri háromszögek általános jellemzőit (esetleg a belső szögek összegét)
- ismeri a négyszögek általános jellemzőit, konvex és konkáv négyszög közti különbség, átló fogalma
- ismeri a speciális négyszögek közül: téglalap, négyzet jellemzőit
- további sokszögek jellemzői
- a háromszögek és a tanult speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a kör fogalmát, és egyes részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között
- ismeri a síkbeli alakzat, síkidom, sokszög fogalmak közötti különbséget

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- jellemzi a tanult síkbeli alakzatokat
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása
- téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása
- további sokszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet



JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése; szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
tangram játék

TÉMAKÖR: **Transzformációk, szerkesztések**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan rajzol, szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
felismeri a síkban az egybevágó illetve tükrös alakzatokat
a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít
derékszögű vonalzó és körző használatával merőleges és párhuzamos egyeneseket rajzol, „szerkeszt”, szöveget másol

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
tengelyesen szimmetrikus (tükrös) alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
merőleges és párhuzamos egyenesek „szerkesztése”, rajzolása; szögmásolás
„szerkesztéshez” terv, előzetes ábra készítése
néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

FOGALMAK

merőlegesség, párhuzamosság, tükrötengely, egybevágóság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

az osztályterem bútorain, környezetünk tárgyain párhuzamos, merőleges vonalak keresése, tárgyak mozgatása, tükrözése



párhuzamos, merőleges vonalak felhasználásával parkettaminták készítése
szimmetrikus alkotások előállítására például tükör, hajtogatás, digitális eszköz
segítségével
osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése,
tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű
vonalzó)

TÉMAKÖR: **Térgeometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **12 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti
testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok
típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; átlók
ismeri a gömböt
a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok
megoldásában

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa,
száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; átlók
testek közül gömb kiválasztása
építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

FOGALMAK

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, átló, alaprajz, háló, nézet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek
kiválasztása)
téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok
megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján;
lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása,
megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
zsinóros térgeometriai modellek használata



TÉMAKÖR: **Leíró statisztika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **3 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti

adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak

megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg

konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)

a táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán

a hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és esetleg digitális eszközökkel kisméretű minta esetén

azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén

táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint

átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

adat, diagram, átlag

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

TÉMAKÖR: **Valószínűség-számítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja

valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ



ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

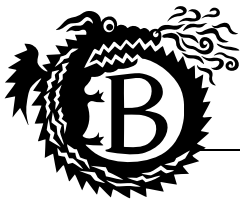
- játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- „Tippelős játék” eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- „Bökős játék” csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére



6. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	4
Matematikai logika, kombinatorika	4
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	17
Egész számok; alpműveletek egész számokkal	6
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	6
Alpműveletek közönséges törtekkel	10
Alpműveletek tizedes törtekkel	10
Arányosság, százalékszámítás	20
Egyszerű szöveges feladatok	12
A függvény fogalmának előkészítése	8
Sorozatok	4
Mérés és mértékegységek	10
Síkbeli alakzatok	12
Transzformációk, szerkesztések	12
Térgeometria	12
Leíró statisztika	3
Valószínűség-számítás	4
Témazáró dolgozat és megbeszélése	8
Összes óraszám:	162



TÉMAKÖR: **Halmazok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
halmazábra készítése
számhalmazok szemléltetése számegyenesen
részhalmazok felismerése ábráról
halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével

FOGALMAK

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása; példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán;
a legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
játék logikai készlettel

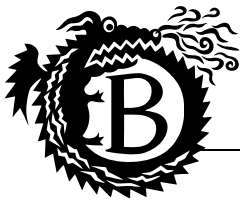
TÉMAKÖR: **Matematikai logika, kombinatorika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;



tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
a matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
az összes eset előállításánál során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

FOGALMAK

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
„Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazgá tételére
„Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
„Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: TERMÉSZETES SZÁMOK HALMAZA, SZÁMELMÉLETI ISMERETEK

JAVASOLT ÓRASZÁM: **17 óra**



TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

természetes számfogalom elmélyítése nagyobb számkörben, helyi érték, valódi érték, alaki érték kapcsolata, természetes számok helyi értékes írásmódja, kiolvasása, felbontása

ismeri az osztó, többszörös fogalmakat, megkeresi a számok osztóit, többszöröseit, a legnagyobb közös osztót, a legkisebb közös többszöröst a tanult módszerrel;

ismeri és alkalmazza az alap oszthatósági szabályokat

ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezői felbontását 1000-es számkörben

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját, kiolvasását nagy számok esetén ismeri a római számjelek közül az I, V, X, L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 8-cal, 9-cel, 10-zel, 100-zal, 125-tel, 1000-rel való oszthatóság szabályait, képes maga is alkotni összetett oszthatósági szabályokat;

a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja, felismerik a prímszámot, az összetett számot elkészíti a prímtényezői felbontást

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül

számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében

római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

osztók, többszörösök, LNKO, LKKT meghatározása

ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 8-cal, 9-cel, 10-zel, 100-zal, 125-tel, 1000-rel való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása

a természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

prímszám, összetett szám fogalmának felismerése, alkalmazása feladatokban

FOGALMAK

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, többszörös, LNKO, LKKT, prímszám, összetett szám, prímtényezői felbontás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről



Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?

Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

„Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobantanak

Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével

„Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

„A nagy prímszámkereső játék”

Erathosztenész-szita

TÉMAKÖR: **Egész számok; alpműveletek egész számokkal**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **6 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban egész számkörben;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;

ismeri az egész számokat

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet

egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása

alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során

alpműveletek elvégzése az egész számok körében

az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban



a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejből, írásban és géppel számolás esetén
egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
„Kukás játék”: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10) -tól (+10) -ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leg hamarabb kitölti minden négyzetét
az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
„Gazdálkodj okosan!” játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
a műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
„Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

TÉMAKÖR: Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

JAVASOLT ÓRASZÁM: **6 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
ismeri a racionális számokat, azok különböző alakjait



A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
megfelelteti egymásnak a racionális számok közösleges tört és tizedes tört alakját
(véges és végtelen tizedes törtek esetében)

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
számok ábrázolása számegyenesen

FOGALMAK

közösleges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése
törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel
Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányérra egy sugár mentén bevágva összezsúrosítunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)

törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése

a téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az akaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival

a helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)

törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

TÉMAKÖR: Alapműveletek közösleges törtekkel

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

elvégi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becsülésével;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban a racionális számok körében;



a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt vegyes szám alakba átírja
érti a reciprok fogalmát, használja a fogalmat törttekkel végzett műveletek körében

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

magabiztosan végez műveleteket, számítja ki műveleti sorok eredményét racionális számkörben
egyszerű és nehezebb szöveges feladatok megoldása törttekkel végzett műveletek segítségével

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
alpműveletek elvégzése a közönséges törttek körében
az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
kapott eredmény ellenőrzése
a reciprok fogalma és alkalmazása közönséges törttek közönséges törttel történő osztása során

FOGALMAK

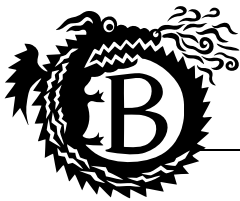
közös nevező, műveleti tulajdonságok, reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

a műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
„Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
„Hol a hiba?” – hibakeresés művelet sorok megoldásában

TÉMAKÖR: Alpműveletek tizedes törttekkel

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra



TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon, szoroz és oszt tizedes törtek körében ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

kerekítés, műveleti tulajdonságok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
- „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- a tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- a műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása



adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása;
adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása;
adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
„Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel
„Hol a hiba?” – hibakeresés műveleti sorok megoldásában

TÉMAKÖR: **Arányosság, százalékszámítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **20 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
felismeri és megalkotja az egyenes arányosság, a fordított arányosság grafikonját;
ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Egyenes és fordított arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
Az egyenesen és fordított arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
Törtrész-kiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

FOGALMAK

arány, egyenes arányosság, fordított arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges



- A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése
- Törtész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

TÉMAKÖR: **Egyszerű szöveges feladatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **12 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- nyitott mondat felírása után visszafele következtetéssel vagy szakaszos esetleg más típusú ábrázolással megold;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel és egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel és egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással, egyenlettel
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással, egyenlettel
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

becslés, ellenőrzés, nyitott mondat, egyenlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a



kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

TÉMAKÖR: **A függvény fogalmának előkészítése**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes és a fordított arányosság grafikonját

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtérben, sakktablán és a koordináta-rendszerben
- Egyenes és fordított arányosság grafikonjának felismerése

FOGALMAK

megfeleltetés, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon, egyenes és fordított arányosság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékoztató verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése
- „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása



TÉMAKÖR: **Sorozatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

sorozatokat adott szabály alapján folytat;

néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból

Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban

Sorozatok adott szabály szerinti folytatása

Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

FOGALMAK

sorozat, számsorozat, szabály

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése

Megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése

Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása

„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra

A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában

Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal

A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

TÉMAKÖR: **Mérés és mértékegységek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

meghatározza a háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

egyenes hasáb, téglatest, kocka egyéb (kiskockákból képezhető) testek felszínét és térfogatát méréssel megadja, ezek felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:



síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés

hosszúság, kerület, terület, felszín, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben

Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben

Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása

Egyes sokszögek területének meghatározása átdarabolással

Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben

Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

FOGALMAK

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Szívószál-moddellel	szögtartományok	kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata		
Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés ösztérfogata, a teremben lévő levegő becsült		térfogata...)
„Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása		
Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága,	becsült	térfogata...)
Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése		
Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása		
Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása		
Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)		
„Hol a hiba?” – hibakeresés mértékváltási feladatok megoldásában		

TÉMAKÖR: **Síkbeli alakzatok**



JAVASOLT ÓRASZÁM: **12 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri háromszögek általános jellemzőit,
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- ismeri a négyszögek általános jellemzőit, konvex és konkáv négyszög közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- további sokszögek jellemzői
- a háromszögek és a tanult speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a kör fogalmát, és egyes részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a síkbeli alakzat, síkidom, sokszög fogalmak közötti különbséget

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaiik szerint;
- csoportosítja a négyszögeket többféle szempont szerint;
- jellemzi a tanult síkbeli alakzatokat
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- háromszögek típusának és tulajdonságainak ismerete és alkalmazása
- négyszögek típusának, tulajdonságainak ismerete, alkalmazása
- további sokszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, kör és részei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- osztályterem, iskola és iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása



papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése Szívószáלבól, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
tangram játék

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

megszerkeszti alakzatok tengelyes tükröképét;
geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszögeket és négyszögeket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
felismeri a síkban az egybevágó illetve tükrös alakzatokat;
a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
derékszögű vonalzó és körző használatával merőleges és párhuzamos egyeneseket rajzol, szerkeszt, szöget másol

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
„Alapszerkesztések”: merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögmásolás, szakaszfelezés, szögfelezés
Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

FOGALMAK

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Az osztályterem bútorain, környezetünk tárgyain párhuzamos, merőleges vonalak keresése, tárgyak mozgatása, tükrözése
Párhuzamos, merőleges vonalak felhasználásával parkettaminták készítése



- Szimmetrikus alkotások előállítására például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

TÉMAKÖR: **Térgeometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **12 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; átlók;
- ismeri a gömböt;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Tanult testek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; átlók
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

FOGALMAK

test, kocka, téglatest, gúla, egyéb testek, lap, él, csúcs, átló, alaprajz, háló, nézet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola és az iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- zsinóros térgeometriai modellek használata



TÉMAKÖR: **Leíró statisztika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **3 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és esetleg digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

adat, diagram, átlag, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

TÉMAKÖR: **Valószínűség-számítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;



ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek

Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése

A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal

játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád

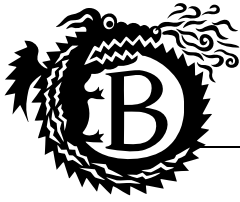
„Tippelős játék” eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével

„Bökős játék” csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai

10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

„Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére





GIMNÁZIUM

7-12. ÉVFOLYAM

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedezettetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú



haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

7–8. ÉVFOLYAM

A 7–8. évfolyamon a korábbinál nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: **Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése, Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.



7. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	6
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	4
Számelméleti ismeretek, hatvány	18
Arányosság, százalékszámítás	15
Szöveges feladatok előkészítése és megoldása	12
A függvény fogalmának előkészítése	6
Síkbeli alakzatok	22
Transzformációk, szerkesztések	15
Térgeometria	10
Összes óraszám:	108

TÉMAKÖR: **Halmazok, számhalmazok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 ÓRA

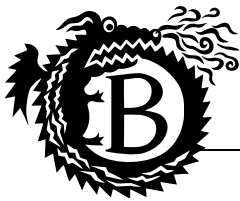
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Halmazokba rendezés több szempont szerint
Halmazábra készítése
Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése



Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
Intervallumok szemléltetése számegyenesen
Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben
Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört
alaphalmaz, halmazok különbsége, intervallum

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

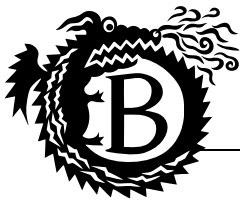
Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás
Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
Játék makaó jellegű kártyával: törtek különböző alakjainak keresése
Számhalmazok megjelenítése relációkkal, intervallum jelöléssel és számegyenesen
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz számának meghatározása; kitekintés az általánosítás felé
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek és a különbség művelet kapcsolatának bemutatása a halmazábrán

TÉMAKÖR: **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **4 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:



igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
Egyszerű stratégiai és logikai játékok
Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle
„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Bírósági tárgyalás” játék
„Einstein-fejtő” típusú játék
„Rontó” játék
Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
Golyók sorba és körberendezése
Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
Lehetséges útvonalak összeszámlálása
Számkártyás feladatok megoldása
Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére

TÉMAKÖR: **Számelméleti ismeretek, hatvány**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **18 óra**



TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
képes műveleteket végezni hatványokkal.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
Relatív prímelek felismerése
Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása
10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban
Műveletek végzése hatványokkal

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, relatív prímelek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Eratoszthenészi szita alkalmazása prímelek keresésére
Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
„Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
„Bumm” játék a relatív prímelek felismerésére
Triminó a negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazására
10 pozitív egész kitevőjű hatványainak megfigyelése a mértékváltásnál
Dominó hatványokkal végzett műveletekhez



TÉMAKÖR: **Arányosság, százalékszámítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **15 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

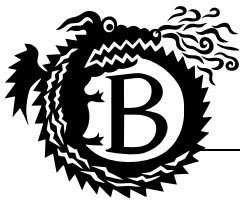
Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
Banki ajánlatok (ügyműveletdíjak, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei
aránypár, arányos osztás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott



- példák, problémák feldolgozása és bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
- Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal
- Arányos osztásra vonatkozó ismert „furfangos” feladatok bemutatása, hasonló feladatok készítése önállóan

TÉMAKÖR: **Szöveges feladatok előkészítése és megoldása**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **12 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvel megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvel
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel

FOGALMAK



változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása

Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása

Adott, ismeretlent tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása

„Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása

„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása

Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldási algoritmusának bemutatása kétkarú mérleg alkalmazásával

TÉMAKÖR: **A függvény fogalmának előkészítése**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **6 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont

Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása

Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása

Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben

Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása



FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése

Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal

A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése

Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása

Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

TÉMAKÖR: **Síkbeli alakzatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **22 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

képes az alapszerkesztések elvégzésére

három adatból háromszöget tud szerkeszteni

ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege

ismeri a háromszögek nevezetes vonalait és meg is tudja szerkeszteni azokat

ismeri a háromszögek nevezetes köreit és meg is tudja szerkeszteni azokat

ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;

ismeri a speciális négyszögek nevezetes vonalait, köreit

ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;

a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Alapszerkesztések

Háromszögek szerkesztése

Háromszögek belső és külső szögeinek összege



Háromszögek nevezetes vonalai, körei
Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, súlyvonala, középvonala, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapról négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
Derékszög kijelölése csomós kötéllal
Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
„Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén
A háromszög oldalfelező merőlegeseinek, szögfelezőinek, magasságvonalainak, súlyvonalaiknak, középvonalainak megszerkesztésével sejtések megfogalmazása a nevezetes pontokról és azok elhelyezkedéséről
Csoportmunka, projekt készítése a szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak bemutatására

TÉMAKÖR: **Transzformációk, szerkesztések**



JAVASOLT ÓRASZÁM: **15 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
ismeri a transzformációk alapvető tulajdonságait (távolságtartás, szögtartás, egyenes-tartás, illeszkedés-tartás, megfordíthatóság)
ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
Alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése
Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
A tengelyes tükrözés és középpontos tükrözés tulajdonságainak felismerése, megfogalmazása, összehasonlítása
Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-tengely, tengelyes szimmetria, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, távolságtartás, szögtartás, egyenes-tartás, illeszkedés-tartás, transzformáció megfordíthatósága

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület tengelyesen és középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
Tengelyes és középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel



TÉMAKÖR: **Térgeometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

a kocka, a téglatest, a hasáb és a henger hálóját elkészíti;
testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
ismeri a kocka, a téglatest és a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
a kocka, a téglatest, a hasáb, a henger tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

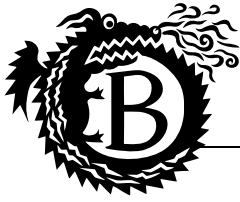
Környezetünk tárgyaiban a hasáb alakú testek felfedezése
Hasáb és henger tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
Testek hálójának készítése
Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

FOGALMAK

hasáb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
Hasáb és henger alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
Térgeometriai modellek készítése és használata



Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése,
mérése, számolása

Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)



8. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	6
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	8
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	8
Szöveges feladatok előkészítése, algebrai kifejezések	18
Szöveges feladatok	16
Függvények, sorozatok	18
Síkbeli alakzatok	14
Transzformációk, szerkesztések	10
Térgeometria	14
Leíró statisztika	7
Valószínűség-számítás	7
Összes óraszám:	126

TÉMAKÖR: **Halmazok, számhalmazok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **6 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- a logikai szitát alkalmazni tudja feladatok megoldásában;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben



Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
Logikai szita felfedeztetése és alkalmazása feladatok megoldásában
Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
Intervallumok szemléltetése számegyenesen
Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben
Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört
alaphalmaz, halmazok különbsége, intervallum

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
Csoportmunkában különböző közösleges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
Játék makaó jellegű kártyával: törtek különböző alakjainak keresése
Számhalmazok megjelenítése relációkkal, intervallum jelöléssel és számegyenesen
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz számának meghatározása; kitekintés az általánosítás felé
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek és a különbség művelet kapcsolatának bemutatása a halmazábrán

TÉMAKÖR: **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK



A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

- „minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle
- „ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal



TÉMAKÖR: **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- Relatív prímelek felismerése
- Műveletek végzése hatványokkal
- Pozitív egész számok négyzetgyökének becslése, valamint megadása négyzettáblázat segítségével, illetve számológéppel

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

relatív prímelek, pozitív egész számok négyzetgyöke

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímelek keresésére
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak megfigyelése a mértékváltásnál



Dominó hatványokkal végzett műveletekhez
Ismerkedés a zsebszámológép hatvány és négyzetgyök funkciójával

TÉMAKÖR: **Szöveges feladatok előkészítése**

JAVASOLT MINIMUM ÓRASZÁM: **18 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

egytagú betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást, szorzást, osztást, hatványozást végez, és helyettesítési értéket számol;
kéttagú betűs kifejezést összead, összeszoroz, négyzetre emel, két tagból közös tényezőt kiemel;
egyismeretlenes elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget lebontogatással és mérlegelvel megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
Egynemű algebrai kifejezések felismerése, kiválasztása
Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
Helyettesítési érték számolása
Egytagú kifejezések szorzása, osztása
Kéttagú betűs kifejezés egytagúval való szorzása, osztása
Többtagú kifejezés szorzása többtagúval
Kéttagú kifejezés négyzete
Többtagú kifejezés szorzattá alakítása közös tényező kiemelésével
Többtagú, másodfokú kifejezés szorzattá alakítása nevezetes azonosságok alkalmazásával
Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvel
Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelvel
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása



Adott, ismeretlen tartalmú műveletsorhoz szöveges feladat írása

„Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása

„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejből alkalmazott lebontogatósi stratégia felfedése és formális leírása

Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

Egyszerűen elsődleges egyenlőtlenség megoldási algoritmusának bemutatása kétkarú mérleg alkalmazásával

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

a feladat adatait rendszerezi és a köztük levő kapcsolatot felismeri;

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;

felismeri az adott probléma típusát és a megfelelő módszert alkalmazza annak megoldására.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)

Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel

Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása

Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával

Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó



bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;

a költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártya választás, megtakarítások

TÉMAKÖR: A függvények, sorozatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: **18 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

ábrázolni tudja a lineáris függvényt meredeksége és y-tengely metszetének segítségével;

ábrázolni tudja a másodfokú és abszolútérték függvényeket és egyszerűbb transzformáltjait;

felismeri és megfogalmazza számsorozatok képzési szabályát;

tisztában van a számtani sorozat fogalmával;

a számtani sorozat tetszőleges tagját és első n elemének az összegét meg tudja határozni;

a függvényeket alkalmazni tudja egyszerűbb egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldásában.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;

egyszerű függvényeket ábrázol;

szöveges feladatokat megoldásában alkalmazza a függvényeket;

egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában alkalmazza a függvényeket;

grafikonokat jellemez;

felismeri a számtani sorozatokat;

ismeri a számtani sorozat tulajdonságait;

szöveges feladatokat megoldásában alkalmazza a számtani sorozatokról tanultakat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

Egyértelmű hozzárendelések felismerése

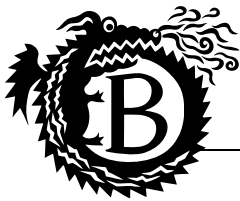
Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont

Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása

A lineáris függvény jellemzői: meredekség, y-tengelymetszet

Egyszerűbb másodfokú és abszolútérték-függvények ábrázolása

FOGALMAK



hozzárendelés, egyértelmű hozzárendelés, függvény; egyenes és fordított arányosság;
grafikon; lineáris, másodfokú és abszolútérték-függvény; lineáris függvény jellemzői:
meredekség, y - tengely metszet; sorozatok képzési szabálya; számtani sorozat.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
Páros munkában egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása
„Dominó”, „triminó” játékkal a függvény és grafikonjának párba állítása
Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése

TÉMAKÖR: **Síkbeli alakzatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
ismeri a kör részeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
Hosszúság és terület meghatározása rácson
Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal
Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján
Pitagorasz-i számhármások



FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz,
körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
Derékszög kijelölése csomós kötéllel
Pitagoraszi számhármak keresése
Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
„Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén
Csoportmunka, projekt készítése a szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak bemutatására
Matematikatörténeti kutatómunka a pitagoraszi számhármakokról

TÉMAKÖR: **Transzformációk, szerkesztések**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
megszerkeszti alakzatok képét eltolással
geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
tisztában van az egybevágósági és hasonlósági transzformációk közötti különbséggel
felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Tengelyes és középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
Alakzatok eltolása adott vektorral
Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diskusszió
Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben



Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás, eltolás, vektor, egybevágósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, egybevágóság, hasonlóság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása

Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése

Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító

Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

TÉMAKÖR: **Térgeometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

a kocka, a téglatest, a hasáb, a henger, a kúp és a gúla hálóját elkészíti;

testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;

egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;

ismeri a kúp és a gömb tulajdonságait;

a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a kúp, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla, a kúp és a gömb alakú testek felfedezése

Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján

Testek hálójának készítése



A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai

A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek

Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal

FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

forgáshenger, forgáskúp

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése

Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata

A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján

Földgömb bemutatása matematikai szempontból

Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson

Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása

Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Forgástestek származtatása „zászlós” modellel; a forgáshenger és a forgáskúp kiválasztása

Gyűjtőmunka: forgástestek a környezetünkben

TÉMAKÖR: **Leíró statisztika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **7 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;

adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;

megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;



konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, átlag, módusz, medián

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

TÉMAKÖR: **Valószínűség-számítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **7 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése



Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, biztos esemény, lehetetlen esemény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal

Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok

Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára

Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja

Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket 21-es és különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

„Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről



9–10. ÉVFOLYAM

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyag-felépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző az ismeretek egységes rendszerbe foglalása, a rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló lehetőleg a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában vagy önállóan megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg az elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.



9. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	10
Számhalmazok, műveletek	8
Hatvány, gyök	12
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	18
Arányosság, százalékszámítás	10
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	16
Geometriai alapismeretek	8
Háromszögek	14
Négyszögek, sokszögek	6
Transzformációk, szerkesztések	14
Leíró statisztika	10
Összes óraszám:	144

TÉMAKÖR: Halmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
véges halmazok elemszámát meghatározza;
alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
halmazokat különböző módokon megad;
halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben

Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával

Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése

Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése

Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével

Szemléletes kép végtelen halmazokról

FOGALMAK



alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram;
halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok,
halmaz elemszáma, logikai szita

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása

Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása

A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján

Barkochba játék

A „végtelen szálloda” mint modell

Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

TÉMAKÖR: **Számhalmazok, műveletek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;

ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;

racionális számokat tizedes tört és közösleges tört alakban is felír;

ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;

ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;

ismeri és alkalmazza a műveleti sorrend szabályát;

a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;

valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata

Tizedes törtek átírása közösleges tört alakba és viszont

Irracionális számok szemléltetése

Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen

Összetett művelet sor eredményének helyes kiszámolása



Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
Műveleteket végez intervallumokkal
Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
Valós számok adott jegyre kerekítése
Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

TÉMAKÖR: **Hatvány, gyök**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **12 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát;
ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
Számok normálalakja



Számolás normálalak segítségével
A négyzetgyök definíciója
Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
A négyzetgyökvonás azonosságai

FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

TÉMAKÖR: **Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során**
JAVASOLT ÓRASZÁM: **18 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
Az algebrai tört fogalmának ismerete, algebrai tört értelmezési tartományának megállapítása, műveletek algebrai törtekkel

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom
algebrai tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvész trükkök algebrai magyarázata
Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése



A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

TÉMAKÖR: **Arányosság, százalékszámítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése

Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)

Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből

Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével

Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

TÉMAKÖR: **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **18 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;



adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
A kiválasztott modellben a probléma megoldása
A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusan
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikus úton

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
Nyílt végű problémák megoldása
Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése



TÉMAKÖR: **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **16 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit,
amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása:
egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű

Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete

Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése

Függvények ábrázolása táblázat alapján

Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati
problémák megoldására

A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének,
minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és
fogyás leolvasása

Lineáris függvény, abszolútérték függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény,
fordított arányosságot leíró függvény, az egészrész függvény, a törtrész függvény, az
előjel függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai

Osztott értelmezési tartományú függvény ábrázolása

Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x) + c$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$

Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján

Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása
gyakorlati problémák megoldása során

Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés
ábrázolása

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány,
képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás,
szélsőérték, paritás, konvexitás, folytonosság, korlátosság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK



Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

TÉMAKÖR: **Geometriai alapismeretek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek
A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
Nevezetes ponthalmazok
Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

FOGALMAK



pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesekek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

TÉMAKÖR: **Háromszögek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

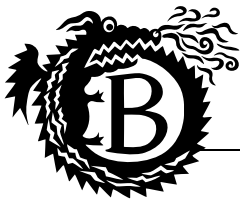
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása



- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TÉMAKÖR: **Négyszögek, sokszögek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **6 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Érintőnéyszögek, érintősokszögek
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással



FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással

A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: **Transzformációk, szerkesztések**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;

ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;

alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismer példákat geometriai transzformációkra;

ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;

megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolását hagyományosan és digitális eszközzel;

geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)

A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik

A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével

Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása

Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel

Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban

Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában

Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása

Négyszögek egybevágósága



- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása, mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

TÉMAKÖR: **Leíró statisztika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel



A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel

Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása

Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont

Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, terjedelem

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése

A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában

Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel

Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért

Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében

Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján

Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása



10. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Matematikai logika	10
Kombinatorika, gráfok	16
Hatvány, gyök	20
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	26
Háromszögek	14
Négyszögek, sokszögek	10
A kör és részei	10
Transzformációk, szerkesztések	24
Valószínűség-számítás	14
Összes óraszám:	144

TÉMAKÖR: **Matematikai logika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

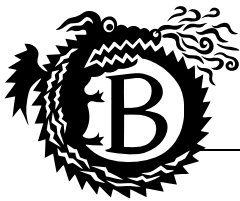
- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok



FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására

„Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában

Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”

Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok

Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: **Kombinatorika, gráfok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **16 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát;

megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;

konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;

véges halmazok elemszámát meghatározza;

alkalmazza a logikai szita elvét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel

Sorba rendezési, kiválasztási, valamint sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban

Esetsztévválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában

Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában

Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

FOGALMAK

permutáció, ciklikus permutáció, ismétléses permutáció, variáció, ismétléses variáció, kombináció, gráf, gráf csúcsa, gráf éle, csúcs fokszáma

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetsztévválasztási elv alkalmazásával



Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: **Hatvány, gyök**
JAVASOLT ÓRASZÁM: **20 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
ismeri és alkalmazza a kapcsolatot a gyökvonás és a törtekitevőjű hatvány között.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát és azonosságait;
ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát;
ismeri és alkalmazza a kapcsolatot a racionális kitevőjű hatvány és a gyökvonás között;
ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Valós számok hatványozása pozitív, 0 és negatív egész kitevőre
A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
Számok normálalakja
Számolás normálalak segítségével
A négyzetgyök definíciója
Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
A négyzetgyökvonás azonosságai
Műveletek négyzetgyökös kifejezésekkel
Valós számok hatványozása racionális kitevőre
Valós számok n -edik gyöke
Az n -edik gyök azonosságai
Műveletek n -edik gyökökkel

FOGALMAK



hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök, n-edik gyök, gyökkitevő, n.edik gyök értelmezési tartománya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

TÉMAKÖR: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

JAVASOLT ÓRASZÁM: **26 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket;
ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet, a gyökök és együtthatók közötti kapcsolatokat (Viéte-összefüggéseket) és a gyöktényező alakot;
a diszkrimináns és a Viéte-összefüggések alkalmazásával paraméteres egyenletek old meg;
ismeri és alkalmazza a másodfokú egyenlet és a másodfokú függvény közötti kapcsolatot;
megold gyökös egyenleteket, egyenlőtlenségeket;
megold másod- és magasabb fokú egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve



Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldó-képlettel és grafikusán
Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
A másodfokú függvény és a másodfokú egyenlet kapcsolata
Másodfokú egyenlőtlenség megoldása algebrai úton és grafikusán
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
Gyökös egyenletek megoldása
A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
Másodfokú és egyszerűbb magasabb fokú egyenletrendszerek megoldása
Egyszerű törtes egyenletek megoldása
Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása
Egyszerű másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása
Egyszerűbb magasabbfokú egyenletek megoldása

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás számtani közép, mértani közép, a gyökök és együtthatók közötti kapcsolatok (Viète-összefüggések)

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
Hétköznapi életből vett és matematikai szélsőérték-problémák megoldása több módszerrel (függvényábrázolással, algebrai átalakítással, számtani-mértani közép segítségével)

TÉMAKÖR: **Háromszögek**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
ismeri a hosszúság, terület, térfogat, irtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
sík- és térgeometriai feladatokat old meg és a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
háromszögeket és speciális négyszögeket old meg.



A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A szögfelezőtétel ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- A súlypontra vonatkozó tétel ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőségek bizonyítására

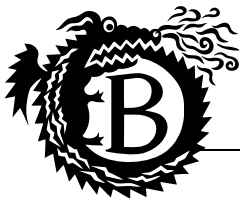
TÉMAKÖR: Négyzetek, sokszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- sík- és térgeometriai feladatokat old meg és a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;



ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása

Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása

Szabályos sokszög fogalmának ismerete

Szabályos sokszög területe átdarabolással

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással

A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: **A kör és részei**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;

ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;

ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK



- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- Látószögműködés fogalmának ismerete és megszerkesztése
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása
- A húrnégyszögek tételének és megfordításának ismerete, bizonyítása, alkalmazása

FOGALMAK

kerületi szög, középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, látószög, látószögműködés, húrnégyszög
ívmérték, radián

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- Trimino alkalmazása a fok és az ívmérték közötti kapcsolat játékos gyakorlására

TÉMAKÖR: **Transzformációk, szerkesztések**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **24 óra**

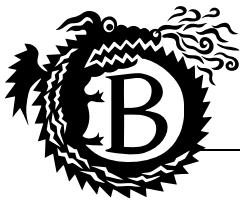
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismerje az egybevágósági transzformációk és hasonlósági transzformációk közötti hasonlóságokat és különbségeket;
- ismerje és alkalmazza feladatok megoldásában alakzatok hasonlóságát;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságait, alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;



vége tudja hajtani egy alakzat hasonlósági transzformációját hagyományosan és digitális eszközzel;
geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
Középpontos hasonlósági transzformáció végrehajtása
Hasonlósági transzformációk végrehajtása hagyományos szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
Hasonló alakzatok megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
Háromszögek hasonlóságának alapesetei és ezek alkalmazása
Négyszögek, sokszögek hasonlósága
A párhuzamos szelők tételének és megfordításának ismerete és alkalmazása
A párhuzamos szelőszakaszok tételének ismerete és alkalmazása
A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában (szögfelezőtétel, háromszög súlypontjára vonatkozó tétel, magasságtétel, befogótétel, körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele)
Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)
A hasonlósági arány ismerete
Hasonló alakzatok kerületének, területének, térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában



Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában

Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: **14 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel; véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, műveletek eseményekkel, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére

Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása

Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján

Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása



11–12. ÉVFOLYAM

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.



11. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Kombinatorika, gráfok	8
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	25
Exponenciális folyamatok vizsgálata	10
Trigonometria	30
Koordináta-geometria	25
Valószínűség-számítás	10
Összes óraszám:	108

TÉMAKÖR: **Kombinatorika, gráfok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismerje és alkalmazza a kombinatorikai alapfogalmakat,
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat többféle módszerrel
- a permutáció, a kombináció, a variáció esetei közötti különbségtételre képes, ismeri a lehetséges átjárhatóságot közöttük;
- konkrét szituációkat szemléltet és feladatokat megold gráfok segítségével

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- többféle modellválasztás, megoldási út keresése
- a binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása, alkalmazása mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- a gráf csúcsai fokszámának összege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának segítségével

FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; permutáció, kombináció, variáció, gráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, üresgráf, teljes gráf, irányított gráf, komplementer gráf, reguláris gráf, fagráf, csúcs fokszáma gráfban, élek



JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

anagramma készítése a tanulók neveiből
kártyajátékban előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
a Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejáttszása, a tapasztalatok összegyűjtése

TÉMAKÖR: **Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **25 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a tetszőleges kitevőjű hatvány fogalmát, a hatványozás azonosságait valós számok körében
ismeri és alkalmazza a törtekitevőjű hatvány és a gyökvonás kapcsolatát, és a hozzájuk kapcsolódó azonosságokat
ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát, azonosságait, különböző alpra áttérés lehetőségeit

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és alkalmazza hatvány, gyök, logaritmus fogalmakat és a kapcsolódó azonosságokat, eljárásokat;
képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
a hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
a logaritmus értelmezése
áttérés más alapú logaritmusra
számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
a logaritmus azonosságai
a logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása



FOGALMAK

n-edik gyök, racionális kitevőjű hatvány, logaritmus, exponenciális függvény, logaritmus függvény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

a permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
különböző alapú exponenciális és logaritmus függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
matematikatörténeti érdekességek

TÉMAKÖR: Exponenciális folyamatok vizsgálata

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
exponenciális összefüggéseket lát meg, ír fel, képleteket értelmez
ismeri és alkalmazza a hatvány, gyök, logaritmus fogalmát a problémák modellezésekor, megoldásakor

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

adott problémához többféle megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
megold megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
adott problémához többféle megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
a gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása



- a kiválasztott modellben a probléma megoldása
- a modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

hatvány, gyök, logaritmus, kapcsolódó pénzügyi alapfogalmak (pl. kamatösszeg, kamatláb, tőkésítés, kamatozási periódus, kamatos kamat)

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben, a társadalomban, a pénzügyi életben
- adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TÉMAKÖR: **Trigonometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **30 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri és alkalmazza a hegyesszögek szögfüggvényei közötti összefüggéseket
- ismeri és alkalmazza a szögfüggvények fogalmának kiterjesztését, általánosítását tetszőleges forgásszög esetére
- ismeri és alkalmazza a szögfüggvények közötti összefüggéseket kiterjesztett esetekben
- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt és egyéb trigonometrikus képleteket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöveget;
- ismeri és megfelelően alkalmazza a különböző szögfüggvény definíciókat (hegyesszög, tompaszög, tetszőleges forgásszög esetén), tulajdonságaikat, valamint a közöttük fennálló összefüggéseket derékszögű és egyéb háromszögekben, a koordinátasíkon illetve geometriai számítási feladatokban síkon, térben;
- alkalmazza és kombinálja a szögfüggvényekkel kapcsolatos új ismereteket (definíciókat, tételeket, területképleteket) háromszögekkel speciális és egyszerűbb általános négyszögek, sokszögek hiányzó adatainak, területének, kerületének meghatározásakor illetve térbeli alakzatok mértékeinek meghatározásakor
- képlettel adott trigonometrikus függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol



FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense, kotangense
számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
tompaszög és tetszőleges forgásszög szinusza, koszinusza, tangense
összefüggések ismerete egy adott szögműködő szögfüggvényei között (pl. pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei)
szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
a szinusztétel bizonyítása
számítások általános és speciális négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
számítások szögfüggvény ismeretekkel térbeli alakzatok esetén
a környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
szögfüggvény fogalmak általánosítása tetszőleges forgásszög esetén
szögfüggvények ábrázolása és jellemzése, egyszerűbb transzformációk

FOGALMAK

hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense, kotangense, tetszőleges forgásszög szinusza, koszinusza, tangense, kotangense

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
interaktív digitális eszközök használata szögfüggvényekkel kapcsolatos szemléltetésekhez
szögfüggvények kapcsolata más tudományterületekkel

TÉMAKÖR: **Koordináta-geometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **25 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:



ismeri és magabiztosan használja a vektorgeometriai fogalmakat, képleteket, összefüggéseket önmagukban illetve kombináltan
ismeri, felírja, értelmezi az egyes geometriai objektumok (pont, egyenes, kör) megadását, egyenletét, jellemzőit, egymáshoz való viszonyát
a kiindulási adatok ismeretében megoldási tervet készít és akár többféle megoldási utat társít
kapcsolatot teremt a korábban tanult témakörök a koordináta-geometria között

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat;
koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét, jellemzőit;
egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

a vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, bázisvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
a vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái, műveleti tulajdonságok
szakaszfelező pont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának, kölcsönös helyzetének megállapítása a meredekségek ismerete vagy más jellemzőjük alapján
az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
a kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
vektorok skaláris szorzata, alkalmazása, tulajdonságai
az egyenes további egyenletei, kapcsolatuk



kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
kör adott pontjába húzott érintő egyenletének felírása

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, bázisvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, irányvektor, normálvektor, meredekség (iránytangens), irányszög, skaláris szorzat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Torpedójáték” koordináta-rendszerben
helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására
csoportos vagy egyéni munkaformában
„Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz
segítségével
„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben
mozgások modellezése koordináta-geometria eszközökkel
a skaláris szorzat előfordulása a fizikában

TÉMAKÖR: **Valószínűség-számítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
példák ismerete független és nem független eseményekre
a klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
a geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén

FOGALMAK



események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
orvosi tesztek eredményének esélyelemzése faábrák segítségével
egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása



12. ÉVFOLYAM

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	8
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése*	0
Sorozatok	22
Térgeometria	24
Leíró statisztika*	0
Rendszerező összefoglalás (Tartalmazza a *-gal megjelölt témakörök rendszerezését, gazdagítását)	36
Összes óraszám:	90

TÉMAKÖR: **Sorozatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **22 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a sorozat, számsorozat, speciális sorozatok fogalmát, a kapcsolódó összefüggéseket

ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát, műveletét a feladatmegoldások során

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

számítani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;

a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;

a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;

ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;

mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

a számsorozat fogalmának ismerete

számsorozat megadása képlettel, rekurzióval

számítani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint

számítani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege

mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege

számítani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában

megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása

egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása



megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

FOGALMAK

számsorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, egyszerű és kamatos kamatozás, tőke, kamatláb, kamatösszeg, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
a sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TÉMAKÖR: **Térgeometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **24 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a térelemeket, kölcsönös helyzetüket, további térgeometriai fogalmakat (pl. távolság, hajlásszög);
ismeri a különböző térgeometriai alakzatok meghatározását, származtatását, tulajdonságait, csoportosíthatóságát;
ismeri és kombináltan alkalmazza a sík és térgeometriai ismereteket, a szinusz- és a koszinusztételt valamint szögfüggvényekkel kapcsolatos ismereteket, képleteket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
ismeri a hosszúság, terület, térfogat, irtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat, származtatott mértékegységeket átvált;
sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;



ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;

ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban

a hosszúság, kerület, terület, felszín, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete

sűrűség, tömeg mértékegységei közötti átváltás ismerete

tömeg, sűrűség, térfogat kapcsolata

sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben

a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban

a kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben

a mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással

síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása

szabályos testek elnevezéseinek, jellemzőinek ismerete, direkt képletek használata

a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, szabályos testek, szabály alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel

a Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről) annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén



különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
a Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai
szabályos testekkel kapcsolatos érdekességek megismerése, felfedezése, kiselőadás készítése
Euler-féle poliédertétel felfedeztetése
a témakör más tudományterületekkel való kapcsolatának megismerése, házi dolgozat készítése

TÉMAKÖR: **Halmazok, matematikai logika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a logikai alapfogalmakat, tanult eljárásokat;
ismeri és alkalmazza a logikai műveleteket és azok tulajdonságait, kapcsolódó tételeket látja kapcsolatot a tanult halmazműveletek, logikai műveletek és eseményalgebrai műveletek között
ismeri a kapcsolatot a matematikai logika és más tudományterületek között

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

ismeri az logikai állítások típusát
ismeri és helyesen alkalmazza a logikai műveleteket, azok értéktábláját
látja a halmazműveletek, az eseményalgebrai műveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatot, párhuzamot;
megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
tud „ha..., akkor” szerkezetű állításokat megfordítani
képes állítások logikai értékét vizsgálni, indokolni és egyszerűbb tételeket bizonyítani

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

a halmazműveletek, eseményalgebrai műveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
logikai kifejezések megfelelő használata
állítások logikai értékének vizsgálata, indoklása, egyszerűbb tételek bizonyítása
stratégiai és logikai játékok
matematikai logika kapcsolata más területekkel, a mindennappal



FOGALMAK

logikai kijelentés, paradox állítás, egyszerű és összetett kijelentés, logikai műveletek, állítás megfordítása

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

a tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
stratégiai játékok, például kavicsos (NIM) játékok, táblás játékok
tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: **Rendszerező összefoglalás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: **36 óra**

Az alábbi témakörökben tanult ismeretek ismétlése, rendszerezése, a hiányosságok pótlása a „Rendszerező összefoglalás” keretén belül valósul meg a 12. évfolyam második félévében.

Halmazok

Matematikai logika

Kombinatorika, gráfok

Valószínűség-számítás

Statisztika

Algebra és számelmélet

Függvények, sorozatok

Sík-és térgeometria

Trigonometria

Koordináta-geometria